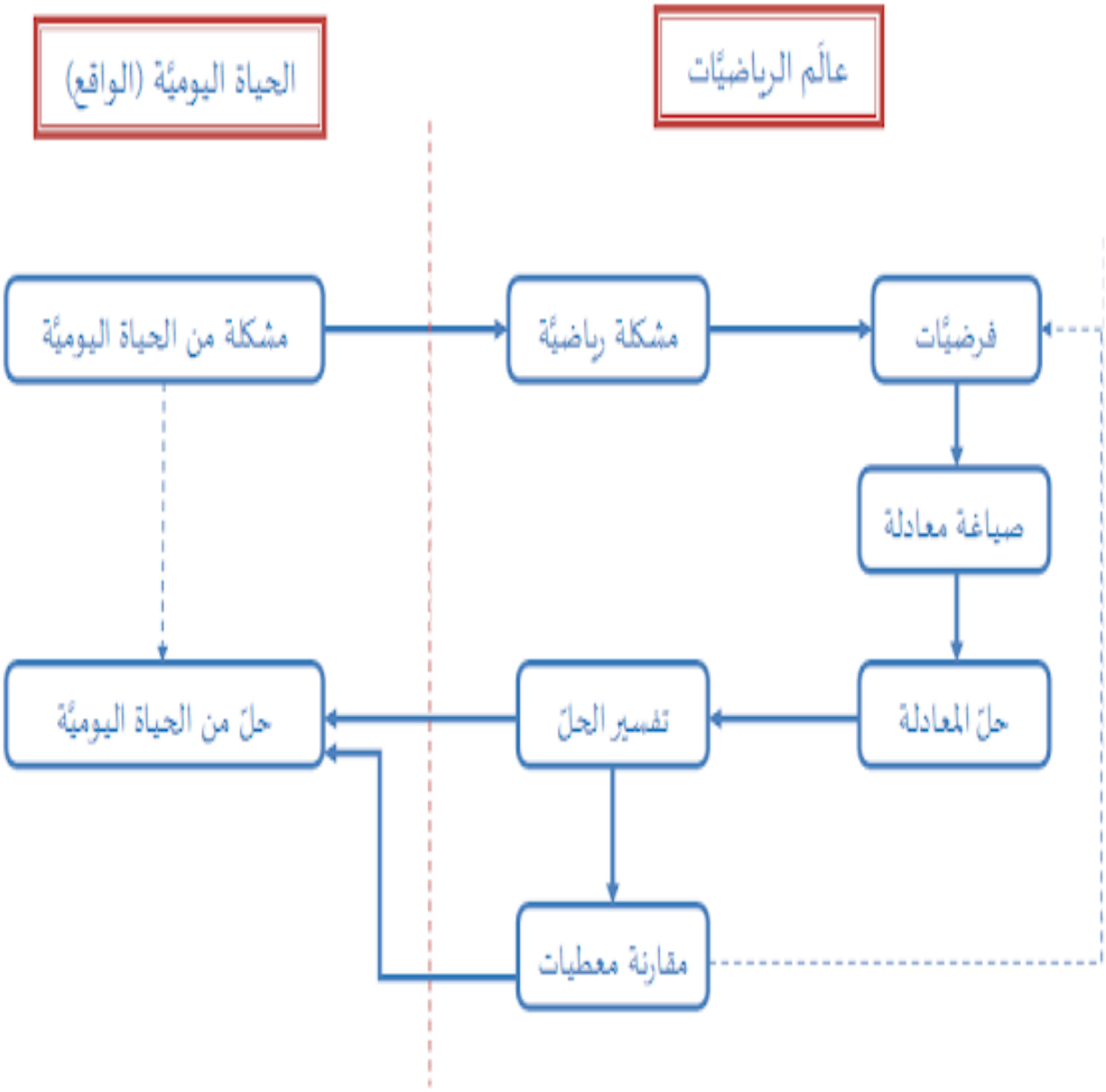
المحاضرة(١) في النمذجة الرياضية

تعريف النمذجة الرياضيَّة Mathematical modeling

النمذجة الرياضيَّة هي "تطبيق الرياضيات في معالجة مشاكل واقعية في الحياة أو مشاكل في الرياضيات نفسها أو مشاكل في علوم أخرى، وذلك عن طريق تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضيَّة ثم التعامل مع هذه المسألة وحلّها، واختيار أفضل الحلول والذي يتناسب مع طبيعة المشكلة التي نعالجها ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك".

و ممكن اختصار هذا التعريف عن طريق الرسم التوضيحي الآتي:



أي أن النمذجة ترتكزَ أساسًا على مشكلة من الواقع ونحن نعمل جاهدين على إيجاد حلّ لهذه المشكلة، لكن تنتج لدينا عقبة أخرى حيثُ نواجه في أغلب الأحيان صعوبة في إيجاد حلّ مباشر للمشكلة الواقعيَّة هذا ما يدفعنا للبحث عن طرق أخرى من أجلّ حلّها فنتّجه للتعبير الرياضي، وهذا التعبير الرياضي يجب أن يكون موجود ضمن إطار عمل معيَّن ونقوم ببناء النموذج الرياضي باستخدام التعبير الرياضي وبيئة الحلّ معًا. ويتمّ العمل على النموذج وإيجاد الحلّ الرياضي وبالتالي الحلّ الواقعي.

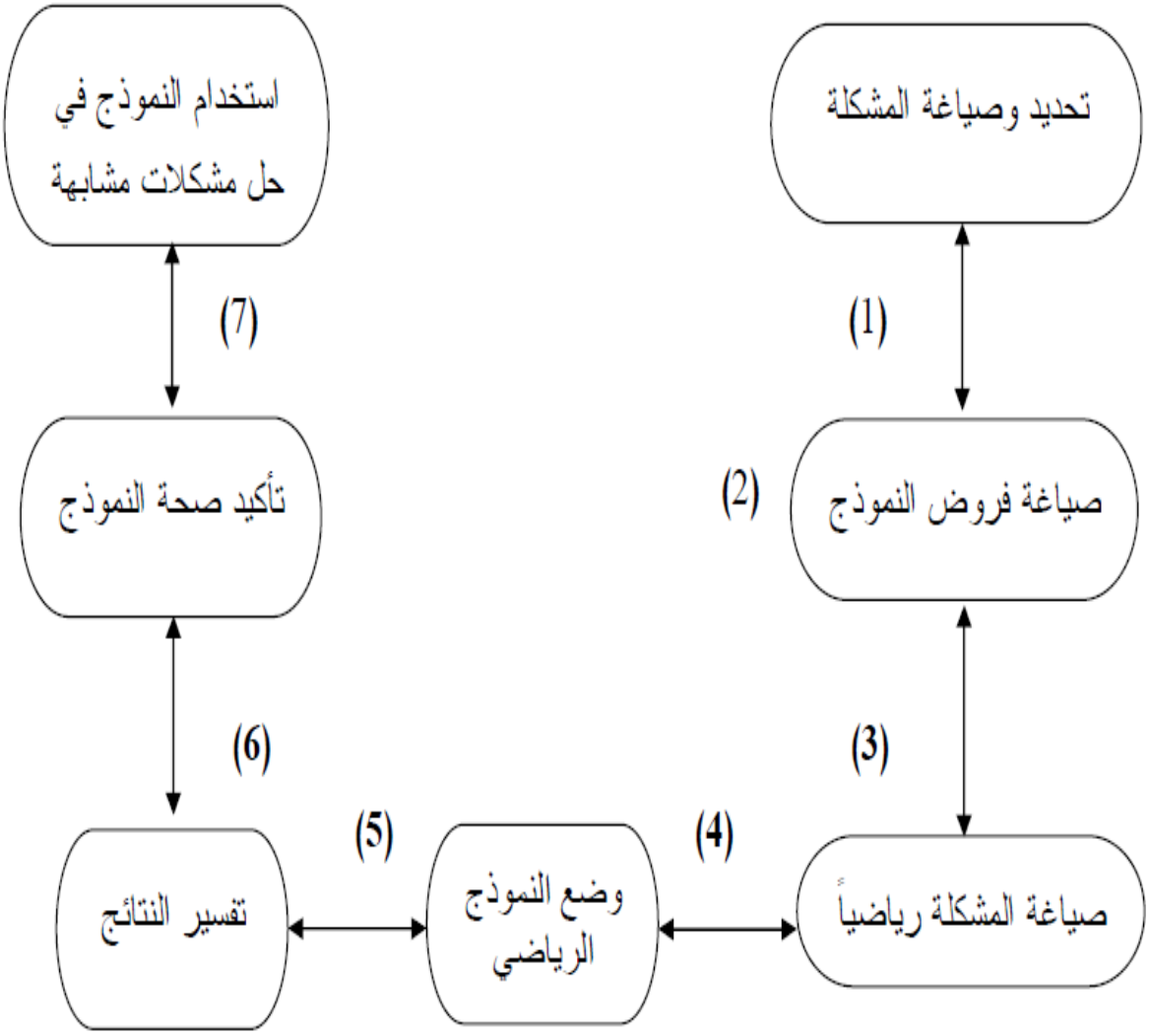
و يعرف **النموذج الرياضي** Mathematical model بأنه التعبير الرياضي عن مشكلة واقعية بعد تبسيط، تعقيد و تشابك المتغيرات المؤثرة و المتأثرة في المشكلة، بحيث يتم التركيز على المتغيرات الرئيسية، و قد يكون النموذج الرياضي عبارة عن معادلات، أو متباينات أو مصفوفات أو أشكال هندسية، أو رسوم بيانية، و تكوين النموذج الرياضي من المهارات الأساسية في النمذجة الرياضية.

شروط النماذج الرياضية

١- أن تكون تمثيل صالح للوضع الأصلي (المشكلة التي يراد حلها أو التنبؤ بحلها) .

٢- أن تكون النماذج قابلة للحل.

و يمكن تلخيص مراحل النمذجة الرياضية بالمخطط الآتي:



أهمية النماذج الرياضية

١- تمثيل لوصف مبسط لظواهر معقدة(المشكلة المطروحة) .

٢-تحويل ما هو مجرد إلى ما هو مرئي .

٣- تفسير النتائج التجريبية .

٤- تمكننا من تطوير التوضيحات أو التفسيرات .

٥- توفير أساس للتنبؤات أو التوقعات .

وبعد أيجاد النموذج الرياضي و تفسير نتائجه وفق طبيعة المسألة الحقيقية فإننا نكون أمام إحدى الحالتين الآتيتين:

١- النتائج مرضية: يتحقق هدفنا.

٢- النتائج غير مرضية: نحاول إجراء بعض التعديلات و التغييرات في الفرضيات التي اعتمدناها عند تقريب المسألة، أو نبحث عن هيكل آخر للنموذج الرياضي

تصنيف النماذج الرياضية

عادة ما تتكون النماذج الرياضية من العلاقات والمتغيرات ، حيث يمكن وصف العلاقات عن طريق متباينات و معادلات جبرية أو تفاضلية. أما المتغيرات فهي تجريدات لمعلمات النظام ذات الأهمية ، والتي غالبا ما يمكن قياسها كميا. و يمكن استخدام العديد من معايير التصنيف للنماذج الرياضية وفقًا لهيكلها، و فيما يأتي بعضا من أنواع النماذج الرياضية:

١- النماذج الرياضية الخطية و اللاخطية:

Linear and Non Linear Mathematical models

النماذج الرياضية الخطية هي النماذج التي تكون فيها العلاقات

(المعادلات الجبرية أو التفاضلية) خطية، بينما في النماذج الرياضية اللاخطية تكون العلاقات (المعادلات الجبرية أو التفاضلية) لاخطية.

٢- النماذج الرياضية الساكنة (المستقرة) و الديناميكية (الحركية) :

Static and Dynamic Mathematical models

يطلق على النماذج التي تصف خصائص النظام التي لا تتغير مع الزمن، النماذج الرياضية الثابتة. بينما النماذج التي تشمل في وصفها للنظام الجوانب التي تتغير بمرورالزمن تسمى النماذج الرياضية الديناميكية . و يتم التعبير عن النماذج الرياضية الديناميكية بالمعادلات التفاضلية differential equations أو معادلات الفرق difference equations.

٣- النماذج الرياضية الصريحة و الضمنية:

Explicit and Implicit Mathematical models

تكون النماذج الرياضية صريحة إذا كانت كافة معلمات الإدخال من النموذج معروفة، و معلمات الإخراج يمكن حسابها عبر سلسلة محدودة من العمليات الحسابية . أما في حالة النماذج الرياضية الضمنية تكون معلمات الإخراج معروفة و يتم أيجاد معلمات الإدخال المتعلقة بها عبر إجراءات تكرارية مثل

Newton's method (في حالة النماذج الخطية) و Broyden's method (في حالة النماذج اللاخطية).

٤- النماذج الرياضية المتقطعة والمتصلة

Discrete and continuous Mathematical models

النماذج الرياضية المتقطعة هي النماذج التي تصف حالة النظام من خلال مجموعة من متغيرات الحالة التي تتغير مع الزمن كدالة متصلة في محور الزمن ، بينما النماذج الرياضية المتصلة هي النماذج التي تصف حالة النظام من خلال مجموعة من متغيرات الحالة التي تتغير مع الزمن كدالة متصلة في محور الزمن .

٥- النماذج الرياضية المحددة و الاحتمالية

Deterministic and Stochastic Mathematical models

النماذج الرياضية المحددة هي النماذج التي تصف الخصائص الغير عشوائية في النظام ، بينما النماذج الرياضية الاحتمالية فهي النماذج التي تصف الخصائص والظواهر العشوائية في النظام وتستخدم لذلك نظرية الاحتمالات مفاهيم العمليات والمتغيرات العشوائية.

الفصل الأول:

مقدمة لمادة المحاكاة:

المحاكاة هي احد الوسائل المهمة لحل المشاكل Problem Solving Techniques وهي الوسيلة الوحيدة والأخيرة لحل أي مشكلة إذا ما إستعصى حلها بالطرق التحليلية Analytic Methods او العددية Numerical Methods. وتعتمد المحاكاة علي طرق إعادة المعاينة Resampling Methods وتوليد أرقام ومتغيرات عشوائية لها صفات معينة. سوف نبدأ أولا بتعريف النظام ومكوناتة:

تعاريف اولية:

النظام System :

مجموعة من الأشياء تتفاعل وتعتمد على بعضها البعض.

كائن Entity :

وهو شيئ أو كينونة في النظام لنا بها إهتمام خاص.

صفة Attribute :

وهو خاصية للكائن.

نشاط Activity :

أي عملية تسبب تغيير في النظام.

حالة النظام State of the System :

وهي متغيرات تصف كل الكائنات وصفاتها والأنشطة في النظام عند لحظة معينة.

ويدرس تطور النظام بتتبع التغيرات في حالته.

مثال:

لنعتبر مصنع ينتج بضاعة ويجميع قطعها. الأجزاء الأساسية في هذا النظام هي قسم التصنيع الذي يصنع القطع وقسم التجميع الذي يجمع هذه القطع لإنتاج البضاعة وقسم المشتريات الذي يؤمن المواد الخامة وقسم الشحن الذي يجهز البضاعة للشحن وقسم مراقبة الإنتاج الذي يستقبل الطلبات علي البضاعة ويقسم العمل علي بقية الأقسام.

في هذا النظام:

الكائنات هي: الاقسام، الطلبات، الأجزاء، البضائع الخ

النشاطات هي: عملية التصنيع وعملية التجميع وعملية شراء المواد الخام وعملية التجهيز والشحن الخ.

الصفات هي: الكمية لكل طلب، نوع القطعة، عدد المكائن في كل قسم الخ

والجدول التالي يعطي امثلة لأنظمة معينة وبعض مكوناتها:

النظام	كائنات	صفات	انشطة
مرور	سيارات	سرعة، مسافة	سواقة
بنك	زبائن	دائن، رقم الحساب	سحب نقد، طلب قرض
إتصالات	مكالمات، رسائل	طول المكالمة، جهة الإتصال	إرسال، توصيل
سوق مركزي	زبائن	قائمة التسويق	دفع قيمة المشتريات

وهذا الجدول لايعطي حصر كامل لجميع الكائنات والصفات والأنشطة لهذه الأنظمة لأن ذلك يتطلب معرفة الأهداف التي من اجلها ندرس النظام. وإعتمادا علي الأهداف المطلوبة يمكن تحديد وصف أدق للنظام ومكوناتة.

بيئة النظام:

يتأثر النظام بالتغيرات التي تحدث خارجه كما انه يؤثر علي المحيط من حوله مثل هذه التغيرات تؤثر علي بيئة النظام. فمن المهم جدا عند نمذجة النظام ان نميز الحدود بين النظام وبيئته وهذا يتحدد بمعرفة الأهداف من وراء دراسة هذا النظام.

ففي مثال المصنع العوامل التي تتحكم بالطلبات علي المنتجات تعتبر خارج تأثير النظام ولهذا فهي جزء من بيئة النظام ولكن إذا كان للعرض تأثير علي الطلب فيجب اخذ ذلك بالأعتبار إذ ان هناك علاقة بين مخرجات المصنع ووصول الطلبات ويسمى هذا تغذية خلفية Feedback وتعتبر هذة العلاقة نشاط من انشطة النظام.

الأنشطة الداخلية Endogenous Activities: وتصف الأنشطة داخل النظام.

الأنشطة الخارجية Exogenous Activities: وتصف الأنشطة في بيئة النظام والتي تؤثر علي هذا النظام. النظام الذي لايتأثر بأنشطة خارجية يسمي نظام مغلق بعكس النظام الذي يتأثر بالأنشطة الخارجية والذي يوصف بأنه نظام مفتوح.

الأنشطة المحددة Deterministic Activities: وهي التي يمكن تحديد نتائجها بشكل تام من مدخلاتها.

الأنشطة العشوائية Stochastic Activities : وهي التي يتغير تأثيرها بشكل عشوائي وتكون لنتائجها إمكانيات متعددة توصف بتوزيع إحتمالي فمثلا الوقت الذي تستغرقه آلة للتجميع يوصف بتوزيع إحتمالي كما ان الزمن بين إعطال آلة يتغير بشكل عشوائي.

الأنظمة المتصله Continuous Systems:

وهي التي تتغير فيها حالة النظام بشكل متصل ومستمر فمثلا إتجاه حركة طائرة في مسار جوي تحت تحكم الطيار الآلي تحدث بشكل ناعم Smooth لتصحيح الإتجاه.

الأنظمة المنفصلة Discrete Systems:

والتي تتغير فيها حالة النظام بشكل متقطع مع الزمن فمثلا إكمال بضاعة في المصنع يحدث بشكل متقطع، وصول طلب علي البضائع يحدث بشكل متقطع الخ.

نمذجة النظام System Modeling:

النموذج Model :

هو تجريد للنظام يتكون من تجمع لمعلومات حول النظام لغرض دراسته. ولدراسة نظام ما يجب ان نكون او نبني نموذج Model لوصف هذا النظام لغرض إجراء تجارب للإجابة علي أسئلة وإفتراضات لايمكن إجرائها علي النظام مباشرة وذلك حتي لايضطرب النظام الأصلي ويحدث إرتباك في عمله يؤدي الي تغيير النظام وفقدانه لخواصه الأصلية كما ان دراسة النموذج بدلا من النظام تمكن من تجربة عدة حوارات حول النظام وذلك بإعادة النموذج الي الحالة الأصلية عند إجراء كل حوار بعكس النظام الأصلي الذي إذا تغير لايمكن إعادتة مرة اخرى لحالتة الأصلية فمثلا لدراسة نظام إقتصادي بتغيير سياسات العرض والطلب قد يؤدي الي نتائج لايمكن عكسها. كما أن النموذج يمكن ان يدرس في أزمنة إفتراضية فمثلا يمكن إجراء محاكاة للنظام بإستخدام النموذج ومعرفة بعض تصرفات النظام لفترات عدة اشهر او سنين في دقائق قليلة. وكذلك يمكن عن طريق النموذج دراسة النظام قبل إنشائه ووجوده اصلا فمثلا نريد بناء مصنع ولدينا عدة خيارات للبناء فلتحديد اي خيار افضل نكون نموذج لكل خيار ونحاكي تصرف المصنع تحت هذه الخيارات.

أنواع النماذج:

فيزيائية (مادية) Physical Models: وهي التي تبني بمواد حسية مثل بناء نموذج لطائرة في مرحلة التصميم وذلك لإختبار هيكلها تحت ظروف معينة.

رياضية (تحليلية او تجريدية) Mathematical Models:

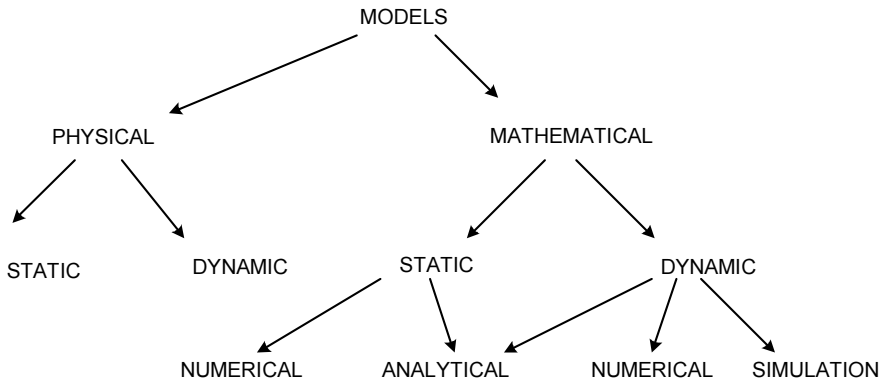
والتي نستخدم لبنائها علاقات رياضية (توزيعات إحتمالية، دوال، جداول، رسومات الخ)

هناك ايضا تصنيف للنماذج الجامدة Static Models والتي لاتتغير حالتها مع الزمن والنماذج الحركية أو الديناميكية Dynamic Models والتي تتغير حالتها مع الزمن.

وكمثال علي النماذج الفيزيائية الجامدة نموذج لبناء المسجد الحرام، نموذج سفينة او طائرة في نافذة مكتب سياحي الخ وكمثال لنموذج فيزيائي حركي نماذج آلة الإحتراق الداخلي في ورشة كلية الهندسة وكثير من النماذج الفيزيائية الحركية في معامل قسم الفيزياء بكلية العلوم.

تمرين: أذكر أمثلة لبعض النماذج الرياضية الجامدة وكذلك الحركية.(إيعاذ: الظواهر التي توصف بمعادلات تفاضلية أو فروقية تكون حركية)

ويمكن تمثيل انواع النماذج بيانيا كالتالي:



في التوضيح السابق قسمنا النماذج الرياضية الساكنة إلى تحليلية Analytical و عددية Numerical والنماذج الرياضية الحركية إلى تحليلية Analytical و عددية Numerical و محاكاة Simulation وذلك لأن القليل جدا من النماذج الرياضية يمكن حلها تحليليا وذلك بإستخدام النظريات الرياضية والإستنتاجات المنطقية، وأغلبها يمكن حلها عدديا بإستخدام الطرق والخوارزمات العددية، وجميعها يمكن حلها بواسطة المحاكاة.

تعريف المحاكاة:

المحاكاة هو تقليد او تمثيل لعمل نظام حقيقي على فترة زمنية معينة. وسواء اجرينا المحاكاة يدويا او بإستخدام الحاسب فإنها تشتمل على توليد تاريخ مصطنع للنظام وذلك لغرض إستنتاج الخواص التشغيلية للنظام الحقيقي.

والمحاكاة تعتمد على تطوير نموذج للنظام الحقيقي. هذا النموذج يكون على شكل مجموعة من الفرضيات التي تتعلق بعمل النظام وهذه الفرضيات تكون على شكل علاقات رياضية او منطقية او رمزية Symbolic بين كائنات النظام. بعد تطوير وتفعيل validate النموذج نستخدمه لإجراء بعض التجارب التي لايمكن إجرائها على النظام الحقيقي وذلك لغرض ملاحظة وإستنتاج التغيرات والتفاعلات المختلفة التي قد تطرأ على النظام في حالة إجرائها علية في الحقيقة.

متى نستخدم المحاكاة:

التطور الكبير في الحاسبات ووجود برامج محاكاة على درجة عالية من المرونة وسهولة الإستخدام جعل من إستخدام المحاكاة في حل المشاكل الصناعية والإقتصادية والإجتماعية والطبية والبيئية الأمر السهل لدرجة ان هناك الكثير من العلماء الذين اعادوا صياغة الكثير من العلوم التطبيقية معتمدين على المعلومات المتضمنة وراثيا Inherited Information داخل المشاهدات الملاحظة معمليا او ميدانيا وبدون الإفتراض مسبقا بأي فرضيات قد لاتكون صحيحة مثل ان نفترض ان اوزان فئران التجارب المستخدمة لها توزيع طبيعي وفي حالة عدم تحقق هذه الفرضية نقوم بإجراء تحويل Transformation على البيانات المشاهدة لجعلها طبيعية ولو بشكل تقريبي وهذا يشبه تماما متجر لبيع الأحذية لديه احذية بمقاس واحد فقط فأي زبون تكون قدمه أصغر من الحذاء يقوم البائع بحشو الحذاء بقطع من القطن حتى يصبح على مقاس القدم أما إذا كانت القدم اكبر من الحذاء فإن البائع يبتر إصبعا او إصبعين حتى تدخل القدم في الحذاء (هذا مثل إفتراضي). ولهذا فإن الإتجاة الحديث هو " دع البيانات المشاهدة تتكلم عن نفسها " وهكذا تطورت طرق إعادة المعاينة Resampling Methods والتي تستخدم المحاكاة بشكل مكثف. وتستخدم المحاكاة الآن بشكل كبير ومكثف في كثير من الأبحاث العلمية النظرية أو التطبيقية وهي من أهم المواد التي تدرس أكادميا ضمن بحوث العمليات وتحليل النظم ومن مميزاتها:

1) المحاكاة تمكن من دراسة وإجراء تجارب على التفاعلات الداخلية لأي نظام معقد او على جزء من ذلك النظام.
2) التغيرات الإقتصادية والمالية والإجتماعية والبيئية يمكن ان تحاكى وملاحظة هذا التعديل على تصرف النموذج.
3) من عملية النمذجة والمحاكاة نتحصل على معلومات مفيدة جدا لتحسين إداء النظام الحقيقي.
4) بتغيير مدخلات المحاكاة وملاحظة المخرجات الناتجة يمكننا تحديد المتغيرات المهمة في النظام الحقيقي ومعرفة الطريقة التي تتفاعل بها.
5) تستخدم المحاكاة لتعضيد الكثير من النتائج البحثية النظرية.

6) تستخدم المحاكاة لتجربة تصاميم وسياسات جديدة لم تستخدم من قبل مما يساعد على فهمها وتقبلها عند حدوثها.
7) وتستخدم للتحقق من الحلول التحليلية والتأكد من صحتها. لأن نماذج المحاكاة تجرى Run ولاتحل فبوجود مجموعة محددة من المدخلات وخواص محددة للنموذج يقام بإجراء المحاكاة وملاحظة المخرجات.

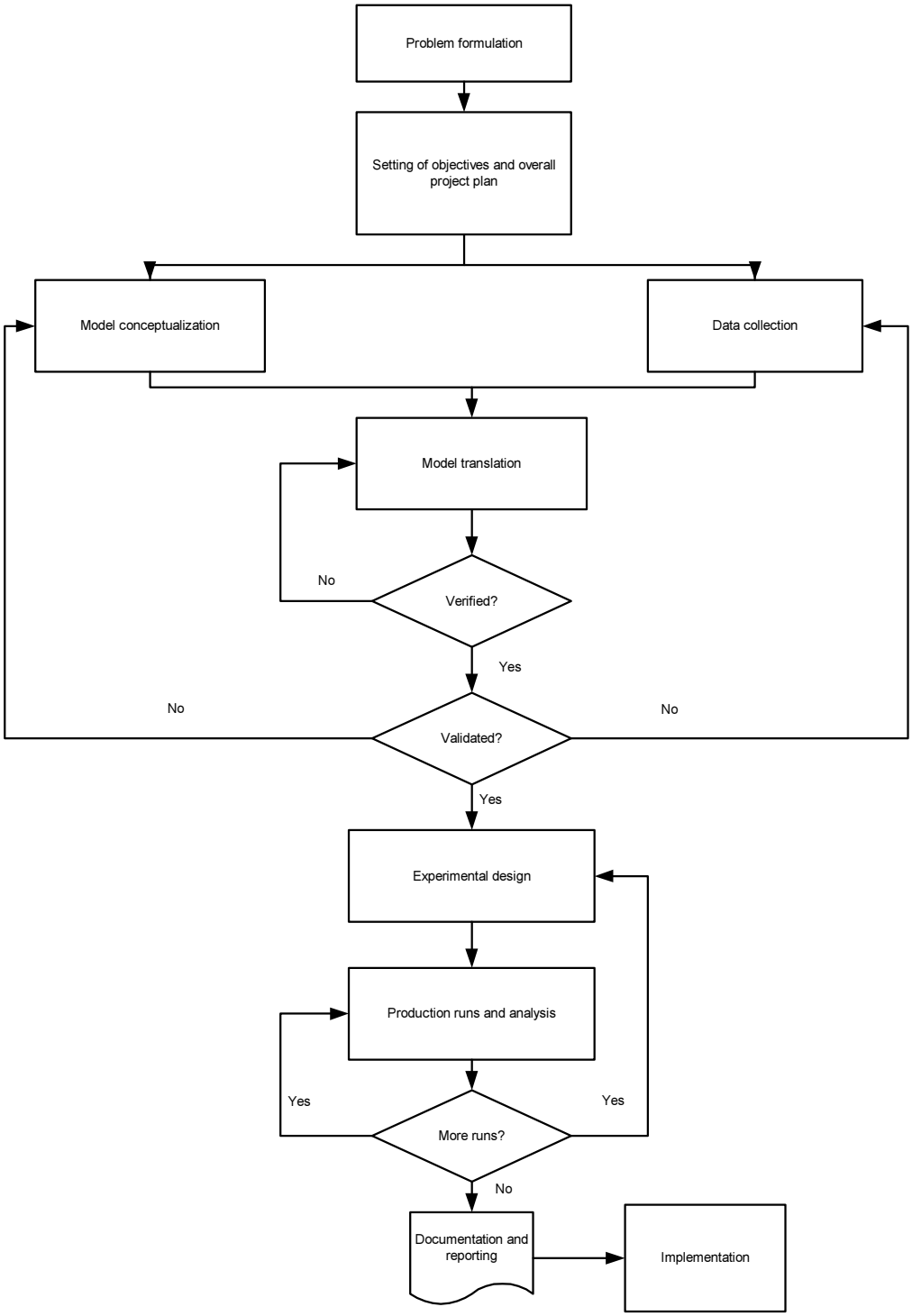
ولكن هناك بعض العيوب او بالاحرى الصعوبات مثل:

1) بناء نموذج يحتاج الى خبرة وتدريب خاص بل ان البعض يقول ان بناء نموذج هو فن إذ ليس كل من يتعلم كتابة الخط يصبح خطاط، كما ان في حالة إعطاء نفس المشكلة لشخصين مختلفين قد يبني كل منهما نموذج لذلك وتكون هناك اشياء مشتركة بين النموذجين الناتجين ولكن الإختلافات كبيرة ولن يكون النموذجين منطبقين.
2) نتائج المحاكاة او مخرجاتها قد يكون من الصعب تفسيرها وخاصة إذا كانت المدخلات عشوائية مما ينتج عنة مخرجات عشوائية وبالتالي يكون من الصعب معرفة فيما إذا كانت الإختلافات الناتجة هى من العشوائية ام من تفاعل حقيقي بين المتغيرات.
3) النمذجة والتحليل وجمع البيانات لغرض المحاكاة يستغرق وقتا طويل جدا ويكون مكلف احيانا كما ان إختصار او قطع بعض المصادر في عملية بناء النموذج ينتج عنها نموذج ناقص لاينطبق على النظام الحقيقي وتصبح نتائجه عديمة الفائدة.

ولكن حاليا توجد بعض البرامج الذكية التي تحوى على نماذج جاهزة لكثير من الأنظمة الحقيقية الشائعة وهذه البرامج تغذى بالمدخلات فقط فتعطي نتائج جيدة، كما ان هذه البرامج تحوي على برامج مساعدة لتحليل المدخلات والمخرجات تقوم بكل العمل الشاق الذي تطلبه هذه الأنشطة وتعطي نتائج جيدة وشاملة، كا ان هذه البرامج تقوم بإجراء المحاكاة للنماذج المعقدة في اوقات قياسية مقارنة ببرامج طورت قبل عقد او عقدين.

<u>خطوات إعداد المحاكاة:</u>

هناك خطوات عريضة يمكن الإهتداء بها لإعداد دراسة بواسطة المحاكاة وبناء نموذج مناسب سوف نصفها بمخطط الإنسياب التالي:


Problem formulation
Setting of objectives and overall project plan
Model conceptualization
Data collection
Model translation
No
Verified?
Yes
No
No
Validated?
Yes
Experimental design
Production runs and analysis
Yes
Yes
More runs?
No
Documentation and reporting
Implementation

وسوف نشرح كل مرحلة كالتالي:

تكوين او تشكيل المشكلة Problem formulation :

وهذه الخطوة هي اهم الخطوات في بناء نموذج محاكاة وتتم بعرض واضح وكامل للمشكلة او النظام المراد دراسته وتتم بالتعاون مع واضعي القرارات والذين تهمهم حل هذه المشكلة ثم وضعها في شكل نموذج رياضي اولي قابل للتطوير لاحقا.

وضع الأهداف والخطة الشاملة Setting of objectives and overall plan :

الأهداف تتكون من الأسئلة المراد الإجابة عليها بواسطة المحاكاة وهنا يجب الأخذ في الإعتبار فيما إذا كانت المحاكاة هي الطريقة المناسبة لحل هذه المشكلة آخذين في الإعتبار الأهداف المرجوه وتكوين المشكلة الناتج من الخطوة السابقة وعلى ضوء ذلك إذا تقرر أن المحاكاة هي الطريقة المناسبة للحل فيجب وضع الخطة الشاملة بحيث يمكن دراسة البدائل الممكنة للنظام والموارد المتاحة من فريق عمل ومواد ومصادر مالية الخ.

تفهم وبناء النموذج Model conceptualization and Building :

بناء نموذج للنظام يعتبر فنا بالإضافة الى انه علم وذلك لأنة ليس من الممكن اعطاء مجموعة من التعليمات والتي ستقود بالضرورة الى بناء نموذج في كل حالة ولكن هناك خطوط رئيسية يمكن الإهتداء بها. إن فن النمذجة يُعزّز بالمقدرة على تجريد الخواص الأساسية للمشكلة لإختيار وتطوير الفرضيات الأساسية والتي تميز النظام ومن ثم إغناء وزيادة تفاصيل النموذج حتى نحصل على تقريب جيد للنظام ونتائج مقبولة وقابلة للتطبيق، ولهذا فمن الضروري البدء بنموذج بسيط ثم زيادة التفاصيل المهمة حسب الضرورة هتى نصل إلى درجة التعقيد المطلوبة والتي لايجب ان تزيد عن الهدف المراد مع الأخذ في الإعتبار انه ليس من الضروري ان يكون النموذج صورة طبق الأصل للنظام الحقيقي بل ان روح النظام الحقيقي هي المطلوبة. كما ينصح بأن يكون المستفيد من النموذج مشاركا في جميع هذه المراحل وذلك لأخذ وجهة نظرة في الإعتبار ومساعدته على فهم وإستخدام النتائج.

جمع البيانات Data collection :

هناك تفاعل حقيقي بين بناء النموذج وجمع البيانات الضرورية للمدخلات فبقدر دقة وصحة البيانات المدخلة يتقرر صحة ودقة النموذج وبالتالي المخرجات والنتائج كما يجب جمع البيانات للمدخلات أثناء وضع الخطوط الرئيسية للنموذج وزيادتها حسب تطور تعقيد النموذج كما ان الأهداف الموضوعة تحدد نوع البيانات المطلوب جمعها فمثلا عند دراستنا لنظام طابور لغرض معرفة طول طابور الإنتظار ومتوسط زمن الإنتظار من اهم البيانات المطلوب جمعها أزمنة مابين الوصول للزبائن الملتحقين بالطابور لإيجاد توزيع زمن مابين الوصول وأزمنة الخدمة

لإيجاد توزيع زمن الخدمة لهم، ومن الضروري معرفة التوزيعات التاريخية (السابقة) ايضا لتصديق Validate نموذج المحاكاة.

ترجمة النموذج Model translation :

بما ان معظم الأنظمة الحقيقية تنتج عنها نماذج تحتاج إلى تخزين كم هائل من المعلومات وإلى مقدرة حاسوبية قوية فلهذا يجب ترجمة النموذج إلى شكل مفهوم من الحاسب إما بكتابة البرامج المطلوبة أو إستخدام حزمة برامج محاكاة مثل GPSS/PC او SIMAN او ARENA او SIMPROCESS وبرامج المحاكاة المذكورة أكثر قوة ومرونة من البرامج المكتوبة.

مُتحققّ ؟ Verified? :

التحقق هنا خاص بفحص إذا ما كان البرنامج المترجم للنموذج يقوم فعلا بألإداء المطلوب والصحيح ، ففي النماذج المعقدة من الصعب بل من المستحيل ترجمة النموذج بشكله الكامل بنجاح بل يتطلب الأمر الكثير من التصحيح والتجريب حتى ننتهي إلى برنامج جيد ومتحقق من صلاحيته.

مُصدّق؟ Validated? :

التصديق يكون بتحديد فيما إذا كان النموذج يمثل بشكل دقيق النظام الحقيقي وتتم بمعايرة النموذج وذلك بمقارنته مع النظام الحقيقي وتعديلة إذا لزم الأمر وهي عملية تكرارية تستمر حتى تكون الإختلافات بين النموذج والنظام الحقيقي مهملة أو غير مهمة، كما ان هذه العملية تعطي بعد نظر وفهم اعمق للنظام الحقيقي والنموذج.

تصميم التجارب Experimental design :

في هذه الخطوة نحدد البدائل المراد فحصها بالنموذج، وغالبا ما تعتمد على النتائج السابقة لإجراء المحاكاة بالبدائل الاخرى، كما يقرر في هذه الخطوة طول فترة البدء Initialization period وطول إجرائات Simulation runs المحاكاة وعدد التكرارات لكل إجراء.

الإجرائات الإنتاجية والتحليل Production runs and anaysis :

وتستخدم هذه الخطوة لتقدير مقاييس الأداء Performance Measures للنظام المحاكى.

هل نقوم بإجرائات اكثر؟ More runs? :

إعتمادا على تحليل الإجرائات السابقة نقرر فيما إذا كان هناك حاجة لإجرائات إضافية وماهي البدائل الممكن إستخدامه في هذه الإجرائات.

التوثيق والتقرير Documentation and reporting :

وهذه خطوة مهمة جدا نقوم فيها بتوثيق البرامج الحاسوبية وتوثيق النموذج نفسه حتى يمكن إستخدامها من اي باحث لاحقا كما انها مفيدة جدا لمن وضع النموذج اصلا لكي يتذكر تفاصل

عمله بعد زمن. التقرير هو الناتج النهائي للعمل كله وهو الذي يقدم إلى صانع القرار ويتكون من النتائج المتحصل عليها من جميع الخطوات السابقة ويجب ان يحوي ملخص Summary ونتيجة Conclusion واضحتين لصانع القرار.

التطبيق Implementation :

ونجاح هذه الخطوة يعتمد على نجاح الخطوات السابقة ومدى الإلتزام بتطبيقها بشكل جيد. ويجب مراقبة ومراجعة النظام لفترة لكي نتأكد من مدى نجاح التوصيات النهائية.

أنظر مرجع (4)

الفصل الثاني:

المحكاة اليدوية لبعض الأمثلة: Hand Simulation Examples

المحاكاة اليدوية تعطي بعد نظر عميق في تفاصيل المحاكاة ويجب الاتغفل إطلاقا لأنها بمثابة التهيئة والإعداد كما يهيئ الجندي للمعركة او اللاعب للمباراة.

سوف نقوم بإجراء محاكاة يدوية لعدة أمثلة لكي نستعرض مدى قوة المحاكاة كأداة لحل المشاكل ولصنع القرارات:

مثال 1 : طابور الصف الواحد Single Channel Queue

محل بقالة صغير له محاسب واحد. يصل الزبائن إلى نقطة الدفع بشكل عشوائي يفصل بينهما أزمنة مابين وصول Interarrival times بين 1 و 8 دقائق وهذه الأزمنة مابين وصول لها نفس الإحتمال كما في الجدول التالي:

جدول توزيع أزمنة مابين الوصول:

Time between Arrivals (Minutes)	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers Assignment
1	0.125	0.125	0.0000-0.1250
2	0.125	0.250	0.1251-0.2500
3	0.125	0.375	0.2501-0.3750
4	0.125	0.500	0.3751-0.5000
5	0.125	0.625	0.5001-0.6250
6	0.125	0.750	0.6251-0.7500
7	0.125	0.875	0.7501-0.8750
8	0.125	1.000	0.8751-1.0000

أزمنة الخدمة Sevice times تتراوح مابين 1 و 6 دقائق بإحتمالات كما في الجدول التالي:

جدول توزيع أزمنة الخدمة:

Service Time (Minutes)	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers Assignment
1	0.10	0.10	0.000-0.100
2	0.20	0.30	0.101-0.300

3	0.30	0.60	0.301-0.600
4	0.25	0.85	0.601-0.850
5	0.10	0.95	0.851-0.950
6	0.05	1.00	0.951-1.000

العامودين الأخيرين في الجداول السابقة سوف نفسرها لاحقا. المطلوب تحليل النظام بمحاكاة وصول وخدمة 20 زبونا.

لإجراء المحاكاة يدويا نحتاج إلى توليد أزمنة مابين وصول وأزمنة خدمة لكل زبون وذلك بالمعاينة من التوزيعاتها المعطاة في الجدولين السابقين. لكي نفعل ذلك نستفيد من طريقة التحويل العكسي Inverse Transform Technique والتي ستشرح بالتفصيل في باب توليد المتغيرات العشوائية.

1- نكون التوزيع التراكمي كما في العمود الثالث من كل جدول.

2- من التوزيع التراكمي نوجد فترات الأرقام العشوائية التابعة لكل قيمة يأخذها المتغير العشوائي.

3- نولد رقم عشوائي بإستخدام آلة حاسبة.

4- ننظر إلى الفترة التي يقع فيها الرقم العشوائي مستخدمين العامود الرابع في الجدول، الرقم الذي يقع في العمود الأول التابع لهذه الفترة هو المتغير العشوائي المطلوب.

بإستخدام آلة حاسبة وجدنا التالي:

جدول ازمنة مابين الوصول للزبائن الـ 20

Customer	Random Number Generated	Time between Arrivals (Minutes)
1	0.8879	8
2	0.4065	4
3	0.0799	1
4	0.8029	7
5	0.9915	8
6	0.0381	1
7	0.7456	6
8	0.5014	5
9	0.1786	2

10	0.2481	2
11	0.4027	4
12	0.2708	3
13	0.9065	8
14	0.6057	5
15	0.7184	6
16	0.4033	4
17	0.8510	7
18	0.3966	4
19	0.6224	5
20	0.7386	6

وبنفس الطريقة نكون جدول لأوقات الخدمة لكل زبون كالتالي:

جدول ازمنة الخدمة للزبائن الـ 20

Customer	Random Number Generated	Sevice Times (Minutes)
1	0.869	5
2	0.878	5
3	0.623	4
4	0.251	2
5	0.074	1
6	0.952	5
7	0.440	3
8	0.496	3
9	0.878	5
10	0.665	4
11	0.954	5
12	0.627	4
13	0.087	1
14	0.628	4
15	0.354	3
16	0.366	3
17	0.763	4

18	0.598	3
19	0.902	5
20	0.302	2

الآن نكون جدول يتتبع الزبائن أثناء مرورهم بالنظام، مع ملاحظة أن الزبون الأول له زمن ما بين وصول من ساعة الصفر للمحاكاة يسحب من الجدول كما ان زمن فراغ الخادم من ساعة الصفر حتى وصول الزبون الأول يحسب صفرا:

جدول متابعة المحاكاة:

Customer Number	Interarrival Time	Arrival Time	Service Time	Start of service	End of service	Time in queue	Time in system	Idle time of server
1	8	8	5	8	13	0	5	0
2	4	12	5	13	18	1	6	0
3	1	13	4	18	22	5	9	0
4	7	20	2	22	24	2	4	0
5	8	28	1	28	29	0	1	4
6	1	29	5	29	34	0	5	0
7	6	35	3	35	38	0	3	1
8	5	40	3	40	43	0	3	2
9	2	42	5	43	48	1	6	0
10	2	44	4	48	52	4	8	0
11	4	48	5	52	57	4	9	0
12	3	52	4	57	61	5	9	0
13	8	60	1	61	62	1	2	0
14	5	65	4	65	69	0	4	3
15	6	71	3	71	74	0	3	2
16	4	75	3	75	78	0	3	1
17	7	82	4	82	86	0	4	4
18	4	86	3	86	89	0	3	0
19	5	91	5	91	96	0	5	2
20	6	97	2	97	99	0	2	1
Totals	96		71			23	94	20

من الجدول السابق نوجد مقاييس الأداء للنظام

1- متوسط زمن الإنتظار=زمن الإنتظار/عدد الزبائن = 23/20 =1.15 دقيقة

2- إحتمال الإنتظار في الطابور =عدد الزبائن الذين انتظروا/ عدد الزبائن=8/20 =0.4

3- فعالية الخادم=1- زمن الفراغ/الزمن الكلي =1- 20/91 =0.78 أي 78%

4- متوسط زمن الخدمة= مجموع ازمنة الخدمة/عدد الزبائن=71/20=3.55 دقيقة

5- متوسط ازمنة مابين الوصول=مجموع ازمنة مابين الوصول/ عدد الزبائن=96/20 =4.8 دقيقة

6- متوسط زمن الإنتظار لمن انتظروا= زمن الإنتظار/ عدد الزبائن الذين انتظروا=23/8 =2.875 دقيقة

7- متوسط زمن المكوث بالنظام= زمن المكوث في النظام/عدد الزبائن=94/20 =4.7 دقيقة

مثال 2: أحمد وبكر للخدمة السريعة:

الغرض من هذا المثال هو عرض طريقة المحاكاة عند وجود اكثر من مسار او صف طابور. مطعم خدمة سريعة للسيارات يقوم على تلبية الطلبات خادمين لأخذ وتوصيل الطلب للسيارات الواصلة للمطعم. تصل السيارات إلى المطعم حسب توزيع ازمنة مابين الوصول التالية:

جدول توزيع أزمنة مابين الوصول:

Time between Arrivals (Minutes)	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers Assignment
1	0.25	0.25	0.000-0.250
2	0.40	0.65	0.251-0.650
3	0.20	0.85	0.651-0.850
4	0.15	1.00	0.851-1.000

الخادمين يدعى احدهم احمد والثاني بكر، احمد اكثر قدرة وخبرة من بكر (ولذلك يفضلة اغلب الزبائن) كما انه اسرع في خدمة الزبائن، توزيع ازمنة الخدمة لكل من احمد وبكر هي على التوالي:

جدول توزيع أزمنة الخدمة لأحمد:

Service Time (Minutes)	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers Assignment

2	0.30	0.30	0.000-0.300
3	0.28	0.58	0.301-0.580
4	0.25	0.83	0.581-0.830
5	0.17	1.00	0.831-1.000

جدول توزيع أزمنة الخدمة لبكر:

Service Time (Minutes)	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers Assignment
3	0.35	0.35	0.000-0.350
4	0.25	0.60	0.351-0.600
5	0.20	0.80	0.601-0.800
6	0.20	1.00	0.801-1.000

المطلوب محاكاة النظام لمعرفة أدائه.

الجدول التالي يبين مراحل المحاكاة

					Ahmad			Bakur			
Cus Tomer No.	Random Number for Arrivals	Time between Arrival	Clock Time of Arrival	Random Number for Service	Time Sevice Start	Service Time	Time Service Ends	Time Sevice Start	Sevice Time	Time Service Ends	Time in Queue
1	0.99284	4	4	0.398244	4	3	7	-	-	-	0
2	0.463490	2	6	0.485853	-	-	-	6	4	10	0
3	0.654933	3	9	0.018479	9	2	11	-	-	-	0
4	0.008010	1	10	0.375450	-	-	-	10	4	14	0
5	0.017539	1	11	0.380226	11	3	14	-	-	-	0
6	0.027118	1	12	0.071695	14	2	16	-	-	-	2
7	0.294307	2	14	0.794733	-	-	-	14	5	19	0
8	0.703278	3	17	0.048615	17	2	19	-	-	-	0
9	0.305171	2	19	0.744830	19	4	23	-	-	-	0
10	0.029153	1	20	0.082780	-	-	-	20	3	23	0
11	0.294875	2	22	0.913267	23	5	28	-	-	-	1
12	0.846545	3	25	0.625406	-	-	-	25	5	30	0
13	0.991276	4	29	0.987133	29	5	34	-	-	-	0
14	0.684252	3	32	0.641578	-	-	-	32	5	37	0
15	0.642370	2	34	0.416842	34	3	37	-	-	-	0
16	0.369203	2	36	0.916370	37	5	42	-	-	-	1
17	0.222240	1	37	0.712437	-	-	-	37	5	42	0
18	0.437991	2	39	0.770969	42	4	46	-	-	-	3
19	0.119146	1	40	0.061159	-	-	-	42	3	45	2
20	0.662990	3	43	0.934648	-	-	-	45	6	51	2
21	0.288916	2	45	0.923251	46	5	51	-	-	-	1

22	0.903758	4	49	0.355554	51	3	54	-	-	-	2
23	0.948593	4	53	0.682907	-	-	-	53	5	58	0
24	0.375286	2	55	0.379748	55	3	58	-	-	-	0
25	0.273955	2	57	0.273077	58	2	60	-	-	-	1
26	0.664870	3	60	0.358811	60	3	63	-	-	-	0
27	0.125086	1	61	0.831475	-	-	-	61	6	67	0
28	0.804005	3	64	0.736537	64	4	68	-	-	-	0
29	0.431573	2	66	0.755743	-	-	-	67	5	72	1
30	0.785686	3	69	0.389873	69	3	72	-	-	-	0
Totals		69				61			56		16

مدة المحاكاة 72 دقيقة

1- فعالية أحمد = 61/72 = 0.847 أو 85%

2- فعالية بكر = 56/72 = 0.777 أو 78%

3- عدد اللذين خدمهم أحمد = 18 من 30 أي 60% من الزبائن

4- متوسط زمن الخدمة لأحمد = 61/18 =3.39 دقيقة (قارنها بالقيمة الحقيقية)

5- عدد اللذين خدمهم بكر= 12 من 30 أو 40% من الزبائن

6- متوسط زمن الخدمة لبكر = 56/12 = 4.67 دقيقة (قارنها بالقيمة الحقيقية)

7- متوسط زمن الإنتظار للجميع = 16/30 = 0.53 دقيقة

8- متوسط زمن الإنتظار لمن انتظروا فعلا= 16/10 = 1.6 دقيقة

9- متوسط زمن مابين الوصول= 69/30 = 2.3 دقيقة (قارنها بالقيمة الحقيقية)

10- إحتمال ان الزبون ينتظر=10/30 = 0.33

11- متوسط زمن المكوث في النظام= 72/30 = 2.4 دقيقة

مثال 3: مشكلة بائع الصحف:

هذه مشكلة تقليدية في نظام المخزون وتتعلق بشراء وبيع صحف. بائع الصحف يشتري الصحيفة الواحدة بـ 150 هللة ويبيعها بـ 200 هللة، الصحف المتبقية نهاية اليوم تباع لمصنع قراطيس بسعر 10 هللة للصحيفة الواحدة. يشتري البائع الصحف من الموزع في حزم تتكون من 10 صحف (أي يمكنه شراء 10 او 20 او 30 وهكذا... صحيفة في كل مرة). الطلب على الصحف يعتمد على نوع الأخبار في ذلك اليوم فهناك يوم أخبار جيد ويوم أخبار متوسط ويوم أخبار ضعيف بإحتمالات على التوالي 0.35 و 0.45 و 0.20 توزيع الطلب على الصحف لكل يوم حسب نوع ألأخبار هو في الجدول التالي:

Demand Probability Distribution			
Demand	Good	Fair	Poor
40	0.03	0.10	0.44
50	0.05	0.18	0.22
60	0.15	0.40	0.16
70	0.20	0.20	0.12
80	0.35	0.08	0.06
90	0.15	0.04	0.00
100	0.07	0.00	0.00

المطلوب تحديد العدد الأمثل لعدد الصحف التي يشتريها بائع الصحف.

سوف نحاكي النظام لمدة 20 يوما ونحدد الربح اليومي والذي يحسب من العلاقة:

Profit = Revenue From Sales - Cost of newspapers - Lost profit from excess demand + Salvage from sale of scrap papers

الربح = صافي البيع – سعرالصحف – الربح الضائع من زيادة الطلب + المستنفذ كمباع للقراطيس

من شرح المشكلة نجد ان:

صافي البيع = 200 * عدد الصحف المباعة

سعر الصحف = 150 * عدد الصحف المشتراة

الربح الضائع من زيادة الطلب = 50 * (عدد الصحف المطلوبة – عدد الصحف المشتراة) على ان تكون عدد الصحف المطلوبة اكبر من عدد الصحف المشتراة

المستنفذ كمباع للقراطيس = 10 * (عدد الصحف المشتراة – عدد الصحف المطلوبة) على ان تكون عدد الصحف المشتراة اكبر من عدد الصحف المطلوبة.

لحل هذه المشكلة بالمحاكاة يجب علينا تبني سياسة شراء عدد معين من الصحف يوميا ثم محاكاة الطلب على الصحف لمدة 20 يوما وتحديد الربح اليومي، السياسة (وهي عدد الصحف المشتراة) هذه تغير حتى نحصل على عدد الصحف المشتراة التي يكون الربح عندها اكبر ما يمكن.

الجداول التالية لتوزيع نوع يوم الأخبار:

Type of Newsday	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers Assignment
Good	0.35	0.35	0.000-0.350
Fair	0.45	0.80	0.351-0.800
Poor	0.20	1.00	0.801-1.000

والجدول التالي لتوزيع الطلب على الصحف حسب نوع يوم الأخبار:

	Cumulative Probability			Random Numbers Assignment		
Demand	Good	Fair	Poor	Good	Fair	Poor
40	0.03	0.10	0.44	0.000-0.030	0.000-0.100	0.000-0.440
50	0.08	0.28	0.66	0.031-0.080	0.101-0.280	0.441-0.660
60	0.23	0.68	0.82	0.081-0.230	0.281-0.680	0.661-0.820
70	0.43	0.88	0.94	0.231-0.430	0.681-0.880	0.821-0.940
80	0.78	0.96	1.00	0.431-0.780	0.881-0.960	0.941-1.000
90	0.93	1.00	1.00	0.781-0.930	0.961-1.000	
100	1.00	1.00	1.00	0.931-1.000		

سوف نكون جدولا لمحاكاة شراء 70 صحيفة يوميا لمدة 20 يوم وحساب الربح اليومي:

Day	Random Numbers for Type of Newsday	Type of Newsday	Random Numbers for Demand	Demand	Revenue from Sales	Lost Profits from Excess Demand of	Salvage from Sale Scrap	Daily Profit
1	0.668258	Fair	0.516101	60	12000	-	500	2000
2	0.059141	Good	0.421215	70	14000	-	-	3500
3	0.844465	Poor	0.122752	40	8000	-	1500	-1000
4	0.575663	Fair	0.417585	60	12000	-	500	2000
5	0.777212	Fair	0.873137	70	14000	-	-	3500
6	0.721669	Fair	0.028883	40	8000	-	1500	-1000
7	0.940940	Poor	0.442408	40	8000	-	1500	-1000
8	0.739749	Fair	0.154498	50	10000	-	1000	500
9	0.322162	Good	0.789384	80	16000	2000	-	3500
10	0.933698	Poor	0.948650	70	14000	-	-	3500

11	0.682856	Fair	0.462126	60	12000	-	500	2000
12	0.948467	Poor	0.427917	40	8000	-	1500	-1000
13	0.321750	Good	0.436062	70	14000	-	-	3500
14	0.576449	Fair	0.852654	70	14000	-	-	3500
15	0.469982	Fair	0.664128	60	12000	-	500	2000
16	0.325208	Good	0.551011	80	16000	2000	-	3500
17	0.119710	Good	0.149210	60	12000	-	500	2000
18	0.526681	Fair	0.992919	90	18000	4000	-	3500
19	0.355738	Fair	0.339435	60	12000	-	500	2000
20	0.734686	Fair	0.231963	50	10000	-	1000	500
				244000	8000	11000	37000	

نلاحظ من الجدول من محاكاة 20 يوما أن متوسط الربح اليومي هو 1850 هللة على أساس شرائه 70 صحيفة يوميا. يترك للطالب كتمرين محاكاة السياسات الأخرى (شراء 40 و 50 و 60 و 80 و 90 و100 صحيفة في اليوم)

مثال 4: مشكلة في التخزين:

طلب الشراء اليومي على منتج معين يتبع التوزيع الإحتمالي التالي:

Daily Demand	0	1	2	3	4
Probability	0.33	0.25	0.20	0.12	0.10

يفحص المخزون من هذا المنتج كل سبعة ايام فإذا وجد انه اقل من او يساوي 6 وحدات يتم طلب 10 وحدات. أي طلبية تحقق بقدرالمخزون الموجود ولاتؤخذ طلبيات تعويضية (أي تحقق بعد وصول مخزون جديد). زمن التقدم Lead Time (وهو الزمن المقطوع من حين وضع الطلب حتى وصوله) يتبع التوزيع الإحتمالي التالي:

Lead Time (Days)	1	2	3
Probability	0.3	0.5	0.2

مبتدا من اول الأسبوع إذا كان المخزون البدائي 12 وحدة ولاتوجد طلبيات لرفع المخزون بعد فحاكي يدويا 6 أسابيع لهذا النظام . حدد نسبة الأيام التي حدث فيها نقص في تحقيق طلبية ونسبة الوحدات التي طلبت ولم تحقق و متوسط عدد الوحدات المطلوبة للشراء اسبوعيا.

الحل:

للمحاكاة اليدوية نكون الجداول التالية:

جدول معاينة الطلب اليومي:

Demand	Probability	Cumulative Probability	Random Number
0	0.33	0.33	0.00 – 0.33
1	0.25	0.58	0.34 – 0.58
2	0.20	0.78	0.59 – 0.78
3	0.12	0.90	0.79 – 0.90
4	0.10	1.00	0.91 – 1.00

جدول معاينة زمن التقدم:

Lead Time	Probability	Cumulative Probability	Random Number
1	0.3	0.3	0.00 – 0.30
2	0.5	0.8	0.31 – 0.80
3	0.2	1.0	0.81 – 1.00

المحاكاة:

الاسبوع الأول:

اليوم الأول:

المخزون الموجود: 12 وحدة.

الطلب لهذا اليوم : الرقم العشوائي 0.419225 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الثاني:

المخزون الموجود: 11 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.672281 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم الثالث:

المخزون الموجود: 9 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.556692 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الرابع:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.179291 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم الخامس:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.066128 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم السادس:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.136442 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم السابع:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.219630 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

في نهاية الأسبوع الأول تبقى من المخزون 8 وحدات

نتيجة الفحص: لاتضع طلبية.

الأسبوع الثاني:

اليوم الأول:

المخزون الموجود: 8 وحدة.

الطلب لهذا اليوم : الرقم العشوائي 0.345517 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الثاني:

المخزون الموجود: 7 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.520493 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الثالث:

المخزون الموجود: 6 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.616346 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم الرابع:

المخزون الموجود: 4 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.639711 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم الخامس:

المخزون الموجود: 2 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.330888 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم السادس:

المخزون الموجود: 2 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.949622 من جدول المعاينة الطلب يكون 4 وحدة.

(حالة نقص وحدتين)

اليوم السابع:

المخزون الموجود: 0 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.640219 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

(حالة نقص وحدتين)

في نهاية الأسبوع الثاني لم يتبقى من المخزون شيئ وحدث نقص 4 وحدات

نتيجة الفحص: ضع طلبية 10 وحدات.

موعد وصول الطلبية: الرقم العشوائي 0.315576 زمن التقدم 2 يوم.

الأسبوع الثالث:

اليوم الأول:

المخزون الموجود: 0 وحدة.

الطلب لهذا اليوم : الرقم العشوائي 0.753165 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

(حالة نقص وحدتين)

اليوم الثاني:

المخزون الموجود: 0 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.132686 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم الثالث: (وصلت الطلبية الجديدة)

المخزون الموجود: 10 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.203047 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم الرابع:

المخزون الموجود: 10 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.592781 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم الخامس:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.641142 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم السادس:

المخزون الموجود: 6 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.711578 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم السابع:

المخزون الموجود: 4 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.976901 من جدول المعاينة الطلب يكون 4 وحدة.

في نهاية الأسبوع الثالث لم يتبقى من المخزون شيئ ولم يحدث نقص.

نتيجة الفحص: ضع طلبية 10 وحدات.

موعد وصول الطلبية: الرقم العشوائي 0.612898 زمن التقدم 2 يوم.

الأسبوع الرابع:

اليوم الأول:

المخزون الموجود: 0 وحدة.

الطلب لهذا اليوم : الرقم العشوائي 0.940874 من جدول المعاينة الطلب يكون 4 وحدة.

(حالة نقص 4 وحدات)

اليوم الثاني:

المخزون الموجود: 0 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.830444 من جدول المعاينة الطلب يكون 3 وحدة.

(حالة نقص 3 وحدات)

اليوم الثالث: (وصلت الطلبية الجديدة)

المخزون الموجود: 10 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.761498 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم الرابع:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.823155 من جدول المعاينة الطلب يكون 3 وحدة.

اليوم الخامس:

المخزون الموجود: 5 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.996509 من جدول المعاينة الطلب يكون 4 وحدة.

اليوم السادس:

المخزون الموجود: 1 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.382630 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم السابع:

المخزون الموجود: 0 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.018751 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

في نهاية الأسبوع الرابع لم يتبقى من المخزون شيئ وحدث نقص 7 وحدات.

نتيجة الفحص: ضع طلبية 10 وحدات.

موعد وصول الطلبية: الرقم العشوائي 0.015373 زمن التقدم 1 يوم.

الأسبوع الخامس:

اليوم الأول:

المخزون الموجود: 0 وحدة.

الطلب لهذا اليوم : الرقم العشوائي 0.599484 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

(حالة نقص 2 وحدات)

اليوم الثاني: (وصلت الطلبية الجديدة)

المخزون الموجود: 10 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.583797 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الثالث:

المخزون الموجود: 9 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.835045 من جدول المعاينة الطلب يكون 3 وحدة.

اليوم الرابع:

المخزون الموجود: 6 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.362963 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الخامس:

المخزون الموجود: 5 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.699827 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم السادس:

المخزون الموجود: 3 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.089972 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم السابع:

المخزون الموجود: 3 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.155004 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

في نهاية الأسبوع الخامس تبقى من المخزون 3 وحدات وحدث نقص 2 وحدة في بداية الأسبوع.

نتيجة الفحص: ضع طلبية 10 وحدات.

موعد وصول الطلبية: الرقم العشوائي 0.424699 زمن التقدم 2 يوم.

الأسبوع السادس:

اليوم الأول:

المخزون الموجود: 3 وحدات.

الطلب لهذا اليوم : الرقم العشوائي 0.373323 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الثاني:

المخزون الموجود: 2 وحدة.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.379252 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الثالث: (وصلت الطلبية الجديدة)

المخزون الموجود: 11 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.630487 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم الرابع:

المخزون الموجود: 9 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.584059 من جدول المعاينة الطلب يكون 1 وحدة.

اليوم الخامس:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.138283 من جدول المعاينة الطلب يكون 0 وحدة.

اليوم السادس:

المخزون الموجود: 8 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.615948 من جدول المعاينة الطلب يكون 2 وحدة.

اليوم السابع:

المخزون الموجود: 6 وحدات.

الطلب لهذا اليوم: الرقم العشوائي 0.928577 من جدول المعاينة الطلب يكون 4 وحدة.

في نهاية الأسبوع السادس تبقى من المخزون 2 وحدات ولم يحدث نقص.

نتيجة الفحص: ضع طلبية 10 وحدات.

موعد وصول الطلبية: الرقم العشوائي 0.892844 زمن التقدم 3 ايام.

(نهاية المحاكاة)

ونضع النتائج في جدول كالتالي:

الأيام	المخزون الموجود	الرقم العشوائي للطلب	الطلب	ماتبقى من المخزون	نتيجة الفحص	النقص	الرقم العشوائي لوصول الطلبية	زمن التقدم
الأسبوع (1)								
اليوم الأول	12	0.419225	1					
اليوم الثاني	11	0.672281	2					
اليوم الثالث	9	0.556692	1					
اليوم الرابع	8	0.179291	0					
اليوم الخامس	8	0.066128	0					
اليوم السادس	8	0.136442	0					
اليوم السابع	8	0.219630	0					
نهاية الأسبوع	8		4	8	لاتضع طلبية	0		
الأسبوع(2)								
اليوم الأول	8	0.345517	1					
اليوم الثاني	7	0.520493	1					
اليوم الثالث	6	0.616346	2					
اليوم الرابع	4	0.639711	2					
اليوم الخامس	2	0.330888	0					
اليوم السادس	2	0.949622	4			2		
اليوم السابع	0	0.640219	2			2		
نهاية الأسبوع	0		12	0	ضع طلبية10	4	0.315576	2
الأسبوع(3)								
اليوم الأول	0	0.753165	2			2		
اليوم الثاني	0	0.132686	0					
اليوم الثالث	10	0.203047	0					وصول الطلبية
اليوم الرابع	10	0.592781	2					
اليوم الخامس	8	0.641142	2					
اليوم السادس	6	0.711578	2					
اليوم السابع	4	0.976901	4					
نهاية الأسبوع	0		12	0	ضع طلبية10	2	0.612898	2
الأسبوع(4)								
اليوم الأول	0	0.940874	4			4		
اليوم الثاني	0	0.830444	3			3		

اليوم الثالث	10	0.761498	2					وصول الطلبية
اليوم الرابع	8	0.823155	3					
اليوم الخامس	5	0.996509	4					
اليوم السادس	1	0.382630	1					
اليوم السابع	0	0.018751	0					
نهاية الأسبوع	0		17	0	ضع طلبية10	7	0.015373	1
الأسبوع(5)								
اليوم الأول	0	0.599484	2			2		
اليوم الثاني	10	0.583797	1					وصول الطلبية
اليوم الثالث	9	0.835045	3					
اليوم الرابع	6	0.362963	1					
اليوم الخامس	5	0.699827	2					
اليوم السادس	3	0.089972	0					
اليوم السابع	3	0.155004	0					
نهاية الأسبوع	3		9	3	ضع طلبية10	2	0.424699	2
الأسبوع(6)								
اليوم الأول	3	0.373323	1					
اليوم الثاني	2	0.379252	1					
اليوم الثالث	11	0.630487	2					وصول الطلبية
اليوم الرابع	9	0.584059	1					
اليوم الخامس	8	0.138283	0					
اليوم السادس	8	0.615948	2					
اليوم السابع	6	0.928577	4					
نهاية الأسبوع	2		11	2	ضع طلبية10	0	0.892844	3

النتائج:

الأسبوع	الطلب	عدد الأيام التي حدث فيها نقص	النقص (الطلب الضائع)
1	4	0	0
2	12	2	4
3	12	1	2
4	17	2	7
5	9	1	2
6	11	0	0
المجموع	65	6	15

هناك 6 أيام حدث فيها نقص اي 14.3% من الأيام.

عدد الوحدات التي طلبت ولم تحقق هي 15 وحدة أي 23.07% نسبة الطلب الضائع.

متوسط عدد الوحدات المطلوبة للشراء اسبوعيا 10.83 وحدة وهي اعلى من عدد الوحدات التي يتم طلبها.

مثال 5 مشكلة تحديد الطلب:

يريد أحد الخبازين تحديد متوسط عدد أرغفة ألخبز التي يعدها يوميا. التوزيع ألإحتمالي لعدد الزبائن يوميا يعطى بالجدول:

Number of Customers/Day	8	10	12	14
Probability	0.35	0.30	0.25	0.10

كل زبون يشتري عدد من الأرغفة حسب التوزيع الإحتمالي التالي:

Number of Loafs/Customer	4	8	12	16
Probability	0.4	0.3	0.2	0.1

حاكي يدويا خمسة أيام عمل وحدد متوسط عدد الأرغفة التي يعدها الخباز يوميا.

الحل:

نعد جدول (1) لعدد الزبائن لكل يوم

Number of Customers	CDF	Random Number
8	0.35	0.01 - 0.35
10	0.65	0.36 - 0.65
12	0.90	0.66 – 0.90
14	1	0.91 - 1

نعد جدول (2) لعدد الأرغفة لكل زبون

Number of Loafs	CDF	Random Number
4	0.40	0.01 - 0.40
8	0.70	0.41 - 0.70
12	0.90	0.71 – 0.90
16	1	0.91 - 1

اليوم الأول: $R = 0.25$ ومن جدول (1) نجد عدد الزبائن 8

Customer Number	R	Number of Loafs
1	0.01	04
2	0.93	16
3	0.70	08
4	0.66	08
5	0.74	12
6	0.79	12
7	0.47	08
8	0.68	08 Total = 76

اليوم الثاني: $R = 0.18$ ومن جدول (1) نجد عدد الزبائن 8

Customer Number	R	Number of Loafs
1	0.88	12
2	0.07	04
3	0.99	16
4	0.51	08
5	0.04	04
6	0.01	04
7	0.43	08
8	0.60	08 Total = 64

اليوم الثالث: $R = 0.59$ ومن جدول (1) نجد عدد الزبائن 10

Customer Number	R	Number of Loafs
1	0.55	08
2	0.64	08
3	0.10	04
4	0.61	08
5	0.22	04
6	0.85	12
7	0.42	08
8	0.01	04
9	0.98	16
10	0.05	04 Total = 76

اليوم الرابع: $R = 0.20$ ومن جدول (1) نجد عدد الزبائن 8

Customer Number	R	Number of Loafs
1	0.11	04
2	0.23	04
3	0.68	08
4	0.41	08
5	0.96	16
6	0.48	08
7	0.11	04
8	0.59	08 Total = 60

اليوم الخامس: $R = 0.11$ ومن جدول (1) نجد عدد الزبائن 8

Customer Number	R	Number of Loafs
1	0.10	04
2	0.25	04
3	0.01	04
4	0.93	16
5	0.70	08

6	0.66	08
7	0.74	12
8	0.79	12 Total = 64

وهكذا فإن عدد ألأرغفة المباعة في خمسة أيام هي: 76,64,76,60,64 رغيفا. إذا متوسط عدد الأرغفة هو 68 رغيفا.

إجراء آخر:

لإجراء المحاكاة اليدوية نكون جداول للمعاينة كالتالي:

جدول معاينة عدد الزبائن لكل يوم

Number of Customers/Day	Probability	Cumulative Probability
8	0.35	0.35
10	0.30	0.65
12	0.25	0.90
14	0.10	1.00

جدول معاينة عدد الأرغفة لكل زبون

Number of Loafs/Customer	Probability	Cumulative Probability
4	0.4	0.4
8	0.3	0.7
12	0.2	0.9
16	0.1	1.0

اليوم الأول:

نوجد عدد الزبائن بسحب رقم عشوائي 0.125002 وبما أن هذا الرقم بين 0 و 0.35 إذا عدد الزبائن لليوم الأول = 8

نحدد الآن عدد الأرغفة لكل زبون من الزبائن الـ 8

Number of Customer	Random Number	Number of Loafs
1	0.747727	12
2	0.165930	04
3	0.807279	12

4	0.691822	08
5	0.332073	04
6	0.865662	12
7	0.954414	16
8	0.605033	08
Total		76

إذا عدد الأرغفة المباعة لليوم الأول = 76 رغيفا

اليوم الثاني:

نوجد عدد الزبائن بسحب رقم عشوائي 0.436581 وبما أن هذا الرقم بين 0.35 و0.65 إذا عدد الزبائن لليوم الثاني = 10

نحدد الآن عدد الأرغفة لكل زبون من الزبائن الـ 10

Number of Customer	Random Number	Number of Loafs
1	0.795704	12
2	0.191331	04
3	0.326339	04
4	0.760580	12
5	0.232169	04
6	0.766908	12
7	0.897992	12
8	0.498371	08
9	0.593898	08
10	0.917927	16
Total		92

إذا عدد الأرغفة المباعة لليوم الثاني = 92 رغيفا

اليوم الثالث:

نوجد عدد الزبائن بسحب رقم عشوائي 0.975134 وبما أن هذا الرقم بين 0.90 و1.00 إذا عدد الزبائن لليوم الثاني = 14

نحدد الآن عدد الأرغفة لكل زبون من الزبائن الـ 14

Number of Customer	Random Number	Number of Loafs

1	0.500345	08
2	0.377338	04
3	0.497917	08
4	0.560237	08
5	0.742156	12
6	0.066540	04
7	0.953874	16
8	0.048342	04
9	0.133688	04
10	0.145730	04
11	0.313932	04
12	0.656628	08
13	0.146369	04
14	0.688054	08
Total		96

إذا عدد الأرغفة المباعة لليوم الثالث = 96 رغيفا

اليوم الرابع:

نوجد عدد الزبائن بسحب رقم عشوائي 0.852771 وبما أن هذا الرقم بين 0.65 و 0.90 إذا عدد الزبائن لليوم الثاني = 12

نحدد الآن عدد الأرغفة لكل زبون من الزبائن الـ 12

Number of Customer	Random Number	Number of Loafs
1	0.102021	04
2	0.352606	04
3	0.739246	12
4	0.278503	08
5	0.495604	08
6	0.471064	08
7	0.214966	04
8	0.784797	12
9	0.922574	16

10	0.011573	04
11	0.530562	08
12	0.811989	12
Total		100

إذا عدد الأرغفة المباعة لليوم الرابع = 100 رغيفا

اليوم الخامس:

نوجد عدد الزبائن بسحب رقم عشوائي 0.676495 وبما أن هذا الرقم بين 0.65 و 0.90 إذا عدد الزبائن لليوم الثاني = 12

نحدد الآن عدد الأرغفة لكل زبون من الزبائن الـ 12

Number of Customer	Random Number	Number of Loafs
1	0.113377	04
2	0.682001	08
3	0.860924	12
4	0.616596	08
5	0.670505	08
6	0.996726	16
7	0.203282	04
8	0.616869	08
9	0.337997	04
10	0.273178	04
11	0.832140	12
12	0.575714	08
Total		96

إذا عدد الأرغفة المباعة لليوم الخامس = 96 رغيفا

إذا متوسط عدد الأرغفة المباعة يوميا هو

$$\text{Average Number of Loafs} = \frac{76 + 92 + 96 + 100 + 96}{5} = \frac{460}{5} = 92$$

ولذلك من الأفضل للخباز إعداد 92 رغيفا يوميا.

مثال 6: محاكاة نظام تخزين (M,N) :

لنفترض ان اعلى مستوى للتخزين (M) 11 وحدة وفترة المراجعة (N) هي 5 أيام. نريد ان نقدر بإستخدام المحاكاة متوسط الوحدات المتبقية وعدد الأيام التي يحدث فيها نقص. التوزيع الإحتمالي لعدد الوحدات المطلوبة في اليوم تعطى بالجدول التالي:

Demand	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers
0	0.10	0.10	0.00 – 0.10
1	0.25	0.35	0.11 – 0.35
2	0.35	0.70	0.36 – 0.70
3	0.21	0.91	0.71 – 0.91
4	0.09	1.00	0.92 – 1.00

زمن التقدم بالأيام له التوزيع التالي:

Lead Time	Probability	Cumulative Probability	Random Numbers
1	0.6	0.6	0.00 – 0.60
2	0.3	0.9	0.61 – 0.90
3	0.1	1.0	0.91 – 1.00

أفترض ان وضع الطلبية توضع في نهاية اليوم الأخير وتستقبل كما هو محدد بزمن التقدم. حاكي النظام لمدة 5 دورات واوجد المطلوب.

الحل:

لنفترض أننا بدأنا بأعلى مستوى للتخزين 11 وحدة ولاتوجد طلبيات لتعديل المخزون (المثال يختلف عن الكتاب المقرر في هذه البداية)

الدورة الأولى:

اليوم الأول: المخزون الموجود 11 وحدة. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.664078 ومن الجدول الأول نجد الطلب هو 2 وحدة.

اليوم الثاني: المخزون الموجود 9 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.607454 أي الطلب 2 وحدات.

اليوم الثالث: المخزون الموجود 7 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.607326 أي الطلب 2 وحدات.

اليوم الرابع: المخزون الموجود 5 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.906827 أي الطلب 3 وحدات.

اليوم الخامس: المخزون الموجود 2 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.526820 أي الطلب 2 وحدات.

في نهاية الدورة الأولى: المخزون الموجود 0 وحدة. توضع طلبية 11 وحدة. زمن التقدم يحدد من الجدول الثاني بسحب رقم عشوائي 0.880703 أي زمن التقدم 2 يوم.

الدورة الثانية:

اليوم الأول: المخزون الموجود 0 وحدة. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.017586 أي الطلب 0 وحدات.

اليوم الثاني: المخزون الموجود 0 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.312635 أي الطلب 1 وحدات.

(نقص 1 وحدة)

اليوم الثالث: المخزون الموجود 11 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.656352 أي الطلب 2 وحدات.

اليوم الرابع: المخزون الموجود 9 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.037722 أي الطلب 0 وحدات.

اليوم الخامس: المخزون الموجود 9 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.860003 أي الطلب 3 وحدات.

في نهاية الدورة الثانية: المخزون الموجود 6 وحدة. توضع طلبية 5 وحدات. زمن التقدم يحدد من الجدول الثاني بسحب رقم عشوائي 0.808951 أي زمن التقدم 2 يوم.

الدورة الثالثة:

اليوم الأول: المخزون الموجود 6 وحدة. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.921377 أي الطلب 4 وحدات.

اليوم الثاني: المخزون الموجود 2 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.858579 أي الطلب 3 وحدات.

(نقص 1 وحدة)

اليوم الثالث: المخزون الموجود 5 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.989726 أي الطلب 4 وحدات.

اليوم الرابع: المخزون الموجود 1 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.528333 أي الطلب 2 وحدات.

(نقص 1 وحدة)

اليوم الخامس: المخزون الموجود 0 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.784676 أي الطلب 2 وحدات.

(نقص 2 وحدة)

في نهاية الدورة الثالثة: المخزون الموجود 0 وحدة. توضع طلبية 11 وحدات. زمن التقدم يحدد من الجدول الثاني بسحب رقم عشوائي 0.059002 أي زمن التقدم 1 يوم.

الدورة الرابعة:

اليوم الأول: المخزون الموجود 0 وحدة. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.838344 أي الطلب 3 وحدات.

(نقص 3 وحدة)

اليوم الثاني: المخزون الموجود 11 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.643672 أي الطلب 2 وحدات.

اليوم الثالث: المخزون الموجود 9 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.425546 أي الطلب 4 وحدات.

اليوم الرابع: المخزون الموجود 5 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.034398 أي الطلب 0 وحدات.

اليوم الخامس: المخزون الموجود 5 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.441595 أي الطلب 2 وحدات.

في نهاية الدورة الرابعة: المخزون الموجود 3 وحدة. توضع طلبية 8 وحدات. زمن التقدم يحدد من الجدول الثاني بسحب رقم عشوائي 0.224523 أي زمن التقدم 1 يوم.

الدورة الخامسة:

اليوم الأول: المخزون الموجود 3 وحدة. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.696218 أي الطلب 2 وحدات.

اليوم الثاني: المخزون الموجود 9 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.883172 أي الطلب 3 وحدات.

اليوم الثالث: المخزون الموجود 6 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.785434 أي الطلب 3 وحدات.

اليوم الرابع: المخزون الموجود 3 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.169593 أي الطلب 1 وحدات.

اليوم الخامس: المخزون الموجود 2 وحدات. نولد رقم عشوائي لتحديد الطلب 0.256014 أي الطلب 1 وحدات.

في نهاية الدورة الخامسة: المخزون الموجود 1 وحدة. توضع طلبية 10 وحدات. زمن التقدم يحدد من الجدول الثاني بسحب رقم عشوائي 0.178084 أي زمن التقدم 1 يوم.

وهكذا ...

ونلخص السابق في الجدول التالي:

Cycle	Day	Beginning Inventory	Demand	Ending Inventory	Shortage Quantity	Order Quantity	Days Until Order Arrives
1	1	11	2	9	0	-	-
	2	9	2	7	0	-	-
	3	7	2	5	0	-	-
	4	5	3	2	0	-	-
	5	2	2	0	0	11	2
2	1	0	0	0	0	-	1
	2	0	1	0	1	-	0
	3	11	2	9	0	-	-
	4	9	0	9	0	-	-
	5	9	3	6	0	5	2
3	1	6	4	2	0	-	1
	2	2	3	0	1	-	0
	3	5	4	1	0	-	-
	4	1	2	0	1	-	-
	5	0	2	0	2	11	1
4	1	0	3	0	3	-	0
	2	11	2	9	0	-	-
	3	9	4	5	0	-	-
	4	5	0	5	0	-	-
	5	5	2	3	0	8	1
5	1	3	2	1	0	-	0
	2	9	3	6	0	-	-
	3	6	3	3	0	-	-
	4	3	1	2	0	-	-

5	2	1	1	0	10	1
		53	85	8		

متوسط الوحدات المتبقية يوميا =85/25 = 3.4 وحدة.

عدد الأيام التي حدث فيها نقص 5 أيام أي 20% من الأيام.

النقص يشكل (8/53) اي 15.09% من الطلب الكلي.

مثال 7: كم يكسب المتسول:

تمر أحد المتسولات على المنازل تستجدي مبلغا من المال. من خبرتها السابقة تقدر أن من يخاطبها من خلف الباب يشكل 80% منهم من النساء و 20% من الرجال. كما انها تقدر أن 70% من النساء اللآتي يخاطبنها يقمن بإعطائها مبلغ من المال ولكن فقط 40% من الرجال الذين يخاطبونها يفعلون ذلك. أيضا من خبرتها السابقة تقدر أن المبلغ الذي يعطيه النساء يتبع توزيع متساوي بين 18 و22 ريال بينما ذلك للرجال يتبع ايضا توزيع متساوي بين 7 و 10 ريال . إذا علمت أن المتسولة تغطي بين 10 إلى 15 منزلا يوميا بنفس الإحتمال فقدر متوسط دخلها اليومي لعدد 5 أيام تسول.

الحل:

نكون جداول المعاينة التالية:

جدول لمعاينة عدد المنازل التي تزورها المتسولة

Number of Houses	Probability	CDF	Random Number
10	1/6	0.1666	0.00000-0.16666
11	1/6	0.3332	0.16667-0.33320
12	1/6	0.4998	0.33321-0.49980
13	1/6	0.6664	0.49981-0.66640
14	1/6	0.8330	0.66641-0.83300
15	1/6	1.0000	0.83301-1.00000

جدول معاينة المخاطب

Who Answer	Probability	CDF	Random Number
Female	0.8	0.8	0.00 - 0.80
Male	0.2	1.0	0.81 - 1.00

جدول معاينة إذا كانت انثى هل تدفع مبلغ من المال

Female Donate?	Probability	CDF	Random Number
Yes	0.7	0.7	0.00 - 0.70
No	0.3	1.0	0.71 - 1.00

جدول معاينة إذا كان رجل هل يدفع مبلغ من المال

Male Donate?	Probability	CDF	Random Number
Yes	0.4	0.4	0.00 - 0.40
No	0.6	1.0	0.41 - 1.00

جدول معاينة المبلغ الذي تدفعه الأنثى

Female Donation	Probability	CDF	Random Number
18	0.2	0.2	0.00 - 0.20
19	0.2	0.4	0.21 - 0.40
20	0.2	0.6	0.41 - 0.60
21	0.2	0.8	0.61 - 0.80
22	0.2	1.0	0.81 - 1.00

جدول معاينة المبلغ الذي يدفعه الرجل

Male Donation	Probability	CDF	Random Number
7	0.25	0.25	0.000 - 0.250
8	0.25	0.50	0.251 - 0.500
9	0.25	0.75	0.501 - 0.750
10	0.25	1.00	0.751 - 1.000

اخيرا نكون جدول المحاكاة (ملاحظة: سوف لاندون الأرقام العشوائية حتى لايضيق الجدول)

اليوم	عدد المنازل	المنزل	المخاطب	هل يدفع	كم يدفع	مجموع اليوم
الأول	15	1	انثى	نعم	21	
		2	رجل	نعم	8	
		3	انثى	نعم	19	
		4	انثى	نعم	20	
		5	انثى	نعم	18	

		6	انثى	نعم	18	
		7	انثى	نعم	19	
		8	انثى	نعم	19	
		9	رجل	نعم	7	
		10	انثى	نعم	22	
		11	انثى	لا	0	
		12	رجل	نعم	7	
		13	انثى	نعم	18	
		14	رجل	لا	0	
		15	انثى	لا	0	196
اليوم الثاني	13	1	انثى	لا	0	
		2	انثى	لا	0	
		3	رجل	نعم	10	
		4	انثى	لا	0	
		5	انثى	نعم	20	
		6	انثى	لا	0	
		7	انثى	نعم	22	
		8	انثى	لا	0	
		9	انثى	نعم	7	
		10	انثى	نعم	19	
		11	انثى	نعم	18	
		12	انثى	نعم	21	
		13	انثى	نعم	22	139
اليوم الثالث	11	1	انثى	لا	0	
		2	انثى	نعم	18	
		3	انثى	نعم	18	
		4	انثى	نعم	20	
		5	انثى	نعم	20	

		6	رجل	لا	0	
		7	انثى	لا	0	
		8	انثى	نعم	20	
		9	رجل	لا	0	
		10	انثى	نعم	22	
		11	رجل	لا	0	118
اليوم الرابع	10	1	انثى	لا	0	
		2	رجل	نعم	7	
		3	انثى	نعم	18	
		4	رجل	نعم	7	
		5	انثى	نعم	21	
		6	انثى	نعم	19	
		7	انثى	نعم	19	
		8	انثى	نعم	20	
		9	انثى	لا	0	
		10	انثى	نعم	20	131
اليوم الخامس	14	1	انثى	نعم	22	
		2	انثى	لا	0	
		3	رجل	لا	0	
		4	انثى	نعم	22	
		5	رجل	لا	0	
		6	رجل	لا	0	
		7	انثى	لا	0	
		8	انثى	لا	0	
		9	رجل	نعم	8	
		10	انثى	نعم	20	
		11	انثى	نعم	19	
		12	انثى	نعم	21	

		13	انثى	نعم	19	
		14	انثى	لا	0	131

في نهاية 5 ايام جمعت المتسولة 715 ريال أي دخلها اليومي في المتوسط 143 ريال.

تمرين: أحسب القيمة النظرية (الإجابة 148.5 ريال).

الفصل الثالث:

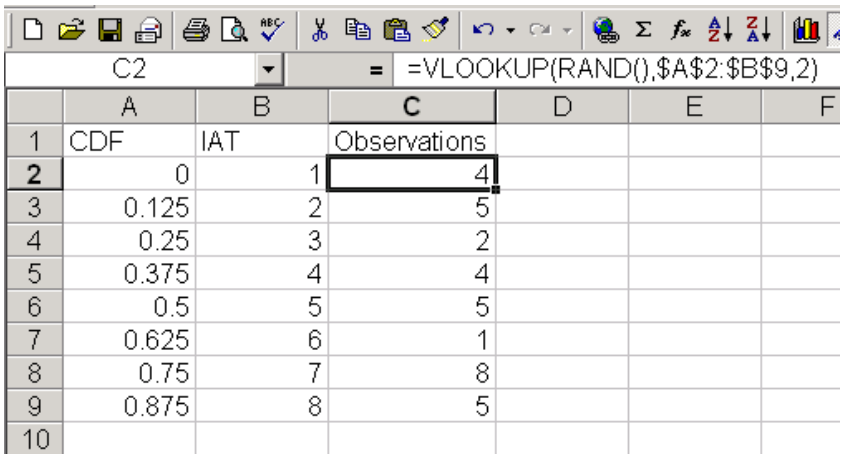
المحاكاة بإستخدام صفحات النشر:

المعاينة من توزيع إحتمالي بإستخدام Excel :

سوف نستخدم Excel لمعاينة أزمنة مابين الوصول التي لها التوزيع التالي:

Time between arrivals	1	2	3	4	5	6	7	8
Probability	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125	0.125

كون دالة التوزيع الإحتمالي CDF ثم أدخل البيانات كما في الصفحة التالية:



	A	B	C	D	E	F
1	CDF	IAT	Observations			
2	0	1	4			
3	0.125	2	5			
4	0.25	3	2			
5	0.375	4	4			
6	0.5	5	5			
7	0.625	6	1			
8	0.75	7	8			
9	0.875	8	5			
10						

1- يجب أن تكون قيم دالة التوزيع الإحتمالي CDF في العمود الأول والقيم الممكنة للمتغير العشوائي في العمود الثاني.

2- تبدأ قيم دالة التوزيع الإحتمالي من الصفر (0) وتنتهي بالقيمة التي تسبق (1.00) مباشرة.

3- في العمود المراد توليد قيم للمتغير العشوائي ندخل التالي في الخلية المناسبة (مثلا C2)

= VLOOKUP(RAND(), RANGE OF SAMPLING TABLE, 2)

حيث RANGE OF SAMPLING TABLE المجال الذي أدخلنا فيه جدول المعاينة وفي مثالنا هذا المجال هو $A$2:$B$9. لاحظ إستخدامنا للدالة RAND() التي تولد $U(0,1)$.

4- نسحب (ننسخ) الخلية C2 لتوليد اي عدد لحجم عينة مطلوب.